Las leyes de retorno en las teorías neoclásicas de crecimiento: una crítica sraffiana[i]

Franklin Serrano, Sergio Cesaratto[ii]

Traducido por Gustavo A. Murga[iii]

Resumen

Este paper examina críticamente teorías neoclásicas de crecimiento exógenas y endógenas, prestando particular atención sobre los supuestos de retornos marginales de escala a los factores. Muestra que la insistencia de basar teorías de crecimiento en la tradicional y agrietada explicación marginalista de distribución paga un gran precio, en la forma de un número de deficiencias en el tratamiento de sujetos tales como las relaciones entre acumulación, crecimiento y retornos decrecientes a escala, junto con resultados implausibles y la necesidad de supuestos artificiales.

I. Introducción

Nos proponemos en el presente paper presentar una crítica desde un punto de vista sraffiano, a las modernas teorías neoclásicas de crecimiento que atraen tanta atención en esta última década, a su original versión exógena y a su versión endógena[iv].

---

[i] Este paper ha sido originado por un curso sobre teorías de crecimiento económico y desarrollo económico ofrecido por Franklin Serrano (con la ayuda de notas no publicadas de Cesaratto) para CEPAL en Santiago, Chile en 1997, a quien le gustaría agradecer al staff del CEPAL y en particular a R. Bielschowsky. Franklin Serrano también agradece al CNPq-Brasil por el continuo soporte financiero y a Fabio Freitas (IE-UFRJ) por las innumerables discusiones sobre el tema. Sergio Cesaratto agradece al Ministerio italiano de la Universidad por el financiamiento.

[ii] Franklin Serrano (franklin.s@openlink.com.br) y Sergio Cesaratto (cesaratto@unisi.it) son: Profesores Asociados del Instituto de economía, de la Universidade Federal do Río de Janeiro, Brasil, y del Departamento de economía Política, Universitá di Siena , respectivamente

[iii]Gustavo A. Murga (docgam2000@yahoo.com.ar) es estudiante de Licenciatura en Economía de la Universidad de Buenos Aires (Argentina). Y agradecerá todo comentario crítico sobre esta traducción..."*El concepto de texto definitivo, no corresponde sino a la religión o al cansancio*."JLB.

[iv] La literatura sobre las modernas teorías neoclásicas de crecimiento es muy vasta. Lo que nosotros proponemos aquí, y creemos que vale la pena, es que la estructura analítica de los modernos modelos de crecimiento neoclásicos originalmente defendidos desde los puntos de vista de Solow (1992) sea clarificada por una perspectiva crítica sraffiana ya vista en Cesaratto (1995, 1995a, 1999b).

Mostraremos cómo esas teorías de crecimiento pagan un alto precio al estar basadas en las teorías de distribución neoclásicas que usan, en sus modelos, para asegurar el pleno empleo de la fuerza de trabajo y la plena utilización del equipamiento de capital. La necesidad de ser consistente con tal (condiciones poco realistas) pleno empleo condiciona fuertemente a esas teorías a contar con extremos y artificiales supuestos sobre la tecnología y el progreso técnico.

Primero mostraremos (en la sección II) cómo las teorías neoclásicas de distribución y de utilización de factores de producción requieren retornos marginales decrecientes para la acumulación de capital (y en general para un aumento en los usos de cualquier factor). De hecho, esos retornos marginales decrecientes son la razón por la que muchos estudiosos están insatisfechos con los modelos de crecimiento exógeno como el de Solow, porque en ellos la tasa steady state de la economía es independiente de la tasa de ahorro.

Luego (en la sección III), mostraremos cómo esas teorías mantienen retornos decrecientes de capital, en general, incluso cuando incluyen externalidades y economías de aprendizaje (como también, cuando incluyen progreso técnico). Peor aún, esas variantes del modelo de Solow que incluyen externalidades (y, más generalmente, cualquier modelo neoclásico de crecimiento con retornos crecientes a escala) inevitablemente generan la particularidad de dar resultados implausibles, de una fuerte relación causal positiva entre la tasa de crecimiento de la población y la tasa de crecimiento de la productividad del trabajo, una relación que parece sugerir que una permanente explosión demográfica es la vía rápida para ponerse al día con el primer mundo. Vemos así que, en general, que el modelo de Solow es introducido con las hipótesis de retornos constantes a escala no por dificultades analíticas, sino para evitar resultados que son aún más implausibles que los que arroja el modelo original.

Finalmente (en la sección IV), tratamos las modernas teorías de crecimiento endógeno, cuya característica más llamativa es la completa eliminación de los retornos decrecientes, tanto para capital físico (modelos AK) como para el stock de “conocimiento” (Lucas), entonces el factor podrá ser acumulado teniendo retornos marginales constantes. Veremos que esos modelos, dependientes de hipótesis muy artificiales sobre la tecnología, en que la fuerza de trabajo es supuesta constante, requieren incluso hipótesis más extremas y artificiales en el caso de una fuerza de trabajo creciente. Estas hipótesis adicionales deberán hacer descender a cero el producto marginal del trabajo; si no, con retornos constantes, o por capital físico o por “conocimiento”, la economía tendría tasas aceleradas de crecimiento para cualquier tasa positiva de crecimiento de la fuerza de trabajo.

Concluiremos el paper (sección V) con tres comentarios críticos adicionales.

II. Retornos marginales decrecientes para el capital en la teoría neoclásica de crecimiento exógeno

II.1 *Retornos constantes a escala y retornos marginales decrecientes para un solo factor*

De acuerdo con la visión neoclásica (o marginalista) de la operación de mecanismo de mercado, en cualquier economía competitiva en que exista producción, los bienes no serán escasos (porque serán producidos) y por consiguiente los precios de equilibrio tienen necesariamente que cubrir los costos de producción. En este contexto, la explicación de precios relativos en términos de "escasez" requiere que los factores de producción que son utilizados para producir los bienes deban ser escasos. Esa noción de escasez de los "factores" viene, como sabemos, de la idea de que las dotaciones de los factores son exógenas y de que es posible derivar funciones de demanda de equilibrio (excesos) general, de esos factores que están inversamente relacionados con sus respectivos precios. Esa relación inversa entre precios relativos y cantidades demandadas relativas de un factor, evidentemente, están basadas en el así llamado principio de sustitución -a través del factor sustitución, directa o indirectamente[v].

Sin embargo, las teorías neoclásicas de crecimiento están basadas usualmente en modelos en los que las economías producen una singular gama de artículos homogéneos (artículo que es en esa misma economía y al mismo tiempo, bien de capital y de consumo), eliminando, a la vez, un análisis explícito de sustitución indirecto y habilitando sólo la consideración de la sustitución directa. Se recurre a ello porque el principio de sustitución directa en producción se aplica rigurosamente sólo en el caso de métodos de producción en que difieren las proporciones de los factores usados, cuyas cantidades son especificadas en términos físicos.

Incluso en tal contexto de limitada generalidad, es importante remarcar que el principio de sustitución es derivado de hipótesis previas sobre la naturaleza exógena de dotaciones de los factores de producción y de la existencia de una multiplicidad de métodos disponibles, todos ellos caracterizados por retornos constantes a escala (es decir, métodos en que el producto habría de crecer proporcionalmente si la cantidad de todos los factores aumenta simultáneamente).

Productividad marginal decreciente, o retornos decrecientes para los incrementos en cada factor, teniendo algún otro factor fijo, no es una hipótesis sobre la tecnología, pero sí la combinación que resulta de los usos de tecnología con rendimientos constantes a escala y dotaciones exógenas de factores .

Como la cantidad de otros factores es en principio exógena, la utilización de cantidades adicionales de un factor inevitablemente requiere un cambio en el método de producción usado. Ese cambio se hará en la dirección de un método que posea la desventaja de tener un producto más bajo por unidad del factor que está variando, pero que al mismo tiempo usa proporcionalmente menos de otros factores, y entonces se vuelve posible incrementar la producción.

---

[v] La sustitución directa ocurre cuando una baja en el precio de un factor induce el cambio, por cada bien, al método de producción que use ese factor más intensivamente. La sustitución indirecta ocurre cuando basta, incluso sin cambiar el método, una baja en el precio relativo del bien que usa más intensivamente el factor que se vuelve relativamente más barato consumir para cambiar sus opciones a favor de consumir una gran cantidad de bienes que usan más intensivamente el factor que se ha vuelto más barato (ver Serrano, 2001)

De hecho, si esto era posible para asegurar automáticamente la expansión paralela de las cantidades de todos los otros factores, la economía habría continuado usando los mismos métodos de retornos constantes a escala en el largo plazo. Por otro lado, si usando varios métodos, diferentes proporciones de factores no eran viables, el producto marginal de una unidad adicional de un solo factor será cero, una vez que se alcance la plena utilización de el factor que está dado.

Así, si la dotación del factor es exógena y si hay una multiplicidad de métodos (cada uno con retornos constantes a escala), podemos deducir que la economía producirá con producto marginal decreciente para cada factor por separado.

La demanda de maximización del beneficio producida por esos factores, en semejante economía, estará inversamente relacionado con el precio relativo de cada factor. Porque con productividad marginal decreciente, solo será lucrativo aumentar la utilización de un factor, dada la utilización de los otros, si sus precios caen junto con su productividad marginal.

Un principio de sustitución es obtenido así, permitiendo la construcción de una curva de demanda de factores que, junto con la dotación de factores (y curva de suministros), simultáneamente determina el precio relativo y la cantidad utilizada de cada factor.

En esas teorías, los precios de los factores tienden a ser proporcionales para sus productividades marginales y hay una tendencia hacia la plena utilización de las dotaciones (incluyendo la demanda de sus propios dueños).

Para nuestros propósitos aquí, es importante enfatizar este tipo de pensamiento sobre la determinación de la distribución, en términos de suministros y demanda de factores, y particularmente la hipótesis de que todos los métodos tienen retornos constantes a escala, que permiten al modelo neoclásico de crecimiento obtener el pleno empleo de todos los factores (ver Serrano 2001, para un reconto de las objeciones principales para esa supuesta tendencia). Por consiguiente, retornos constantes a escala y retornos decrecientes por cada factor son características esenciales de la explicación neoclásica para la operación del mecanismo de mercado competitivo, y no una hipótesis sobre la tecnología, que podrá cambiar a voluntad según conveniencia empírica.

Sin embargo, como nosotros veremos, esas características de los modelos neoclásicos terminan generando resultados que son algunas veces considerados indeseables en las teorías de crecimiento. De hecho, la mayor parte del esfuerzo analítico en esa área ha sido el cómo reconciliar algunas características evidentes del mundo real que dentro de la estructura teórica neoclásica no encajan fácilmente.

II.2 *Modelo de Solow sin progreso técnico*

Supongamos, inicialmente, que no hay progreso técnico. Nosotros describiremos eso en una función de producción Cobb Douglas como la siguiente:

$Y = F(K, L) = A\, K^{a}\, L^{1-a}$

donde “*A*” es constante, “*a*” es la participación de capital y “*1-a*” es la participación del trabajo en el producto[vi]. Como $a < 1$ la función incorpora retornos constantes a escala $(a + (1 - a) = 1)$ y retornos marginales decrecientes para cada factor por separado $(a < 1$ y $(1 - a) < 1)$.

Es importante para recordar que el usar esa “función de producción” presupone la validez lógica y la relevancia empírica del modelo neoclásico de equilibrio general (Serrano, 2001); es decir, presuponen *market clearing* en el mercado de factores.

Los agentes ahorran una fracción constante del producto (producto del pleno empleo y plena utilización de capacidad). Entonces el ahorro será:

$S = sY$

donde “*s*” es la fracción de ingreso ahorrada o la tasa de ahorro.

En términos de la función de producción, podemos ver que la tasa de crecimiento de la economía será un promedio de la tasa de crecimiento del capital y del trabajo, ponderada por la proporción de cada uno de los factores en el total. Esa participación en el producto total está dada por el exponente “*a*” y “*1-a*” de la función de producción. Nosotros podemos definir formalmente la tasa de crecimiento del producto en la función de producción como:

$g = a\, g_k + (1-a)\, n$

donde “*g*” es la tasa de crecimiento del producto, “*n*” es la tasa de crecimiento (supuestamente exógena) de la fuerza de trabajo, y “g_k” es la tasa de crecimiento del stock de capital.

La tasa de crecimiento del stock de capital es como sigue:

$$g_k = \frac{I}{K}$$

Consecuentemente, según la teoría neoclásica, en el potencial pleno empleo o pleno empleo (ver Serrano, 2001) el ahorro determina la inversión, y podemos reemplazar el nivel de inversión por una expresión que define el nivel de ahorro de la economía. Así nosotros tenemos:

[vi] La peculiaridad de la función de producción Cobb-Douglas es que, debido a la (muy fuerte) hipótesis de elasticidad de sustitución unitaria, la contribución de cada factor al producto es constante; esto es, nosotros tendremos “a” y “1-a” como parámetros. Cualquier otra función de producción, con retornos constantes a escala, generaría resultados cualitativamente similares. Como nuestro objetivo es crítico, nosotros siempre usaremos la formulación más simple.

$$g_k = \frac{sY}{K}$$

$Y/K=1/v$, donde v es la proporción de capital. Así, la tasa de crecimiento del stock de capital es como sigue:

$$g_k = \frac{s}{v}$$

La tasa de crecimiento del stock de capital depende de la tasa de ahorro "*s*[vii]" y cuánto (potencial) output es generado por cada unidad de capital existente en la economía.

La tasa de crecimiento de la economía puede expresarse como:

$$g = a\frac{s}{v} + (1-a)n$$

Sin embargo, todo el tiempo la fuerza de trabajo, como también el pleno empleo, crecen más rápidamente que el stock de capital (es decir, "*n*" y consecuentemente "*g*" son mayores que s/v), será necesario mantener el mercado de trabajo en equilibrio; y para asegurar que todos los trabajadores adicionales están empleados, el salario real tiene que caer bastante para que las firmas se animen a adoptar técnicas suficientemente trabajo-intensivas y que ahorren capital (el factor que está volviéndose relativamente escaso). Esa adopción de técnicas menos capital-intensivas prevalece al disminuir en la proporción de capital (porque en la función de producción la misma *K*, ahora, genera más *Y*, subsecuentemente el sistema tiene incorporados más trabajadores *L*). Pero, si "*v*" disminuye la diferencia entre "*n*" y "*s/v*" cae, subsecuentemente "*s/v*" aumenta.

Simétricamente, cuando al fuerza del trabajo y el rendimiento del pleno empleo crezca menos rápidamente que el stock de capital $(n<s/v$ y $g<s/v)$, habrá un relativo exceso de capital. El incremento en el ahorro potencial se transformará asimismo, totalmente en inversión, manteniendo el equilibrio en el mercado de capital, sólo si hay una caída en la tasa de interés tal que esto anime la adopción de técnicas más capital-intensivas y técnicas que ahorren trabajo (que se vuelve relativamente escaso). Ese cambio en intensidad de capital incrementa la proporción del rendimiento del capital (porque ahora la misma *L* genera más *Y*, subsiguientemente ésta incorpora más capital *K*). El incremento en "*v*" reduce "*s/v*" y progresivamente se reduce la diferencia entre "*n*", "*g*" y "*s/v*".

[vii] Note que "s" denota la propensión marginal y media del ahorro. En este paper tomaremos a "s" como dada exógenamente y no discutiremos sus determinantes. Como apuntaron los autores (Solow, 1992; Cesaratto, 1999a, 1999b; Salvadori &Kurz, 1997a, 1997b; Mankiw, 1995), el escoger la forma de "s" no hace "la gran diferencia", en las cuestiones tratadas aquí. De hecho, lo que pasa cuando nosotros permitimos, por ejemplo, que la tasa de ahorro esté determinada, a la Ramsey, por un proceso de optimización dinámica de los consumidores, es que la tasa de ahorro se vuelve elástica en relación a la tasa de interés. La fuerte preferencia de los consumidores por el consumo presente sobre el consumo futuro, es más alta, *ceteris paribus*, la tasa de ahorro.

Así, dada la endogeneidad de "*v*"(un resultado de la teoría neoclásica de la distribución, basada sobre el equilibrio del mercado de factores obtenido de la operación del principio de sustitución y de la flexibilidad de precios de esos factores), la economía siempre tiende hacia la tasa de sendero de crecimiento equilibrado (steady state) donde[viii]:

$$v = \frac{s}{v}$$

El valor de equilibrio de "*v*" (que hace $s/v = n$) asegura que la economía crece a la tasa:

$$g = (1 - a)n + an$$

$$o$$

$$g = n$$

La economía tiende a la tasa del sendero de crecimiento equilibrado en el que la tasa de crecimiento del producto es igual a "*n*". Esto implica que la tasa de crecimiento steady state es independiente de la tasa de ahorro "*s*". Eso ocurre porque cualquier incremento en "*s*", mientras éste se traslade al incremento inicial de la tasa de crecimiento del pleno empleo, inevitablemente hará que la tasa de crecimiento del stock de capital sea más alta que la tasa de crecimiento de la fuerza de trabajo. Retornos decrecientes para el capital se manifestarán precisamente porque, para usar esos incrementos en el stock de capital, será necesario, en el tiempo, moverse hacia técnicas que usen relativamente más capital y menos trabajo, lo que terminará incrementando progresivamente la proporción de capital y reduciendo la velocidad de la tasa de crecimiento del stock de capital. Ese proceso continuará hasta que la tasa de crecimiento del capital, incluso con la nueva tasa de ahorro más alta, vuelva a ser igual a la tasa de crecimiento del pleno empleo; lo que, si "*n*" no cambiara, ocurrirá solo cuando el valor de "v" se reduzca proporcionalmente lo incrementado en "s".

Así, cuando el incremento en la tasa de ahorro afecte permanentemente el nivel de output, debido a la disminución de la acumulación de los retornos para el capital, tendremos una situación en la que "s" no afecta permanentemente a la tasa de crecimiento de output.

Ese resultado era considerado indeseable por varios autores; quienes veían que hay una fuerte correlación empírica entre la tasa de crecimiento del producto (y también del producto por trabajador) y la tasa de inversión. Una correlación que es relevante por ser un hecho estilizado importante en el análisis empírico de las tendencias de crecimiento de largo plazo. Ese descontento tenía un importante rol que jugar en el desarrollo de los modelos neoclásicos de crecimiento endógeno (ver Solow 1992; Cesaratto, 1999a, 1999b).

[viii] Note que, en general, cada equilibrio descripto por la función de producción es ya un equilibrio de largo plazo. Un sendero de crecimiento equilibrado (steady state) es una secular secuencia de puntos de equilibrio de largo plazo, que tiene la propiedad de que cada nueva posición de equilibrio es similar a la previa con la excepción del scale factor (en nuestro caso, la tasa de crecimiento "n"). Para una discusión de la confusión entre equilibrio de largo plazo y sendero de crecimiento equilibrado como una consecuencia del cambio en la teoría neoclásica con la introducción de la idea de equilibrio Inter.-temporal de Hicks, ver Garegnani (1976, 1989) y Serrano (1988).

En cualquier caso, lo que es esencial mantener en mente es que esa independencia de la tasa de crecimiento steady state en lo relativo a “s” depende fundamentalmente de la existencia de retornos marginales decrecientes para el capital y, como veremos, esto pasa en cualquier modelo de crecimiento neoclásico que tenga esas propiedades.

II.3 *Modelo de Solow con progreso técnico exógeno*

El progreso técnico en el modelo original de Solow es de tipo “incorpóreo”, en el sentido de que éste no depende de la introducción de nuevos bienes de capital y afecta por igual a máquinas nuevas y viejas. Adicionalmente, este es el tipo de progreso técnico que se ha dado en llamar *aumentador de trabajo*, cuyo efecto en la economía sólo es hacer que cada unidad trabajo se vuelva más productiva. (pero, no afecta la eficiencia del capital). Cuando ocurre ese tipo de progreso técnico es como si la economía estuviera combinando el mismo stock de capital con una gran cantidad de trabajo, y esto hace que aumente el nivel de pleno empleo sin un incremento en el trabajo o en el stock de capital.

Con progreso técnico de ese tipo, la función de producción queda modificada de la siguiente manera:

$$Y = AK^{a} (LH)^{1-a}$$

El progreso técnico en el modelo de Solow, siendo aumentador de trabajo, ocurre debido a incrementos en H, mientras A se mantiene constante. Si el progreso técnico se manifiesta como un incremento en A, haría imposible mantener la economía sobre la trayectoria steady state, incluso con una tasa constante de ahorro. Esto es así porque un progreso técnico de ese tipo habría necesariamente permitido, periodo tras periodo, al mismo nivel de K instalado, generar más *output Y* (porque A está creciendo), haciendo a la proporción de *capital/output* disminuir continuamente. Pero si la tasa cae continuamente con el tiempo y la tasa de ahorro permanece constante, la tasa de crecimiento del stock de capital de la economía estaría acelerándose todo el tiempo.

Esto se evita en los modelos neoclásicos pues siempre asumen que el progreso técnico es aumentador de trabajo[ix]. Por otra parte, el modelo nunca tendería a un steady state.

Nosotros supondremos que el progreso técnico crece en el tiempo a una tasa “*h*” que es constante y está dada **exógenamente**. Así tenemos:

$$\frac{\Delta}{H} = h$$

[ix] En modelos que no son neoclásicos por iguales razones se supone que el progreso técnico es neutral a la Harrod, pero esa es otra historia.

En este caso, la tasa de crecimiento de la economía depende de un elemento más: la tasa de crecimiento de la eficiencia del trabajo. La tasa de crecimiento de la economía ahora está dada por:

$$g = a\frac{s}{v} + (1-a)(n+h)$$

La economía tenderá al steady state justo como antes, a través del ajuste en "v". La diferencia es que ahora la tasa de crecimiento steady state está dada por la suma de las tasas de crecimiento de la fuerza del trabajo y del progreso técnico.

Lo que pasa ahora es que cuando, debido a un aumento en "s", la tasa de crecimiento del stock de capital s/v es más grande que la suma de la tasa de crecimiento de la fuerza de trabajo "n" y el decrecimiento de la eficiencia del trabajo "h", y por consiguiente, también más grande que la tasa de crecimiento de pleno empleo "g"; será posible absorber ese exceso relativo de capital solo con técnicas que economicen el trabajo, técnicas que den primacía al incremento en "v" y luego reduzcan en la tasa de crecimiento del capital, etc., exactamente como vimos anteriormente. La única diferencia aquí es que el progreso técnico retarda la operación de los retornos marginales decrecientes del capital, porque permite que el capital crezca hasta "h" por ciento más que el trabajo, sin necesidad de cambiar la proporción de capital-output para reducir la tasa de crecimiento del capital. De esta manera, la tasa de crecimiento steady state de la economía aumenta por el valor de "h"[x].

Naturalmente, en el modelo con progreso técnico, la economía estará caracterizada por una tasa de crecimiento en el producto por trabajador, en el steady state, que es exactamente igual a la tasa de crecimiento de la eficiencia del trabajo "h". En el steady state, la tasa de capital-output será:

$$v = \frac{s}{n+h}$$

La tasa de crecimiento de la economía será:

$$g = n + h$$

y el crecimiento del producto por trabajador empleado será:

$$g - n = h$$

III. Retornos crecientes a escala en las teorías neoclásicas de crecimiento exógeno

[x] En términos gráficos hay un cambio en la curva de demanda de trabajo y en la curva de demanda del capital (pero sus pendientes no cambian).

III.1 Externalidades y retornos crecientes a escala

Como es bien conocido, tecnologías que están caracterizadas por retornos crecientes a escala intra-firma, no son compatibles con el modelo neoclásico de competencia perfecta.

La tendencia decreciente de los costos anima a la primera firma a expandirse y a dominar el mercado completamente, así se transforma esto en un monopolio (ver Sraffa, 1926, 1930). Por consiguiente, la manera en que los retornos crecientes a escala serán acomodados en un modelo como el de Solow ciertamente será en la forma de externalidades, que no son tomadas en cuenta por firmas individuales que perciben sus tecnologías como si estuviesen caracterizadas por retornos constantes a escala.

Una manera simple de representar eso en nuestro esquema sería rescribir la función de producción como:

$$Y = AK^{a_1}(LH)^{a_2}$$

con $(a_1 + a_2) > 1$, $a_1 < 1$, $a_2 < 1$.

Es decir, debido a algunas externalidades positivas para la economía como un todo, ahora $a_1 + a_2$ es mayor que 1, entonces esa función de producción está caracterizada por retornos crecientes a escala.

Nosotros supondremos, sin embargo, que ambos, a_1 y a_2 son menores que 1; es decir, que los retornos marginales decrecientes de cada factor, tomados por separado, todavía prevalezcan.

En ese caso es fácil ver que la tasa de crecimiento de la economía está dada por:

$$g = a_1 \frac{s}{v} + a_2(n + h)$$

Sin embargo, como la acumulación de capital prevalece para retornos marginales decrecientes ($a_2 < 1$) nosotros sabemos que , como antes, s/v habría entregado una tasa de crecimiento que es la misma que la de la economía, g, que dependerá a su vez del comportamiento del progreso técnico exógeno, del crecimiento de la fuerza de trabajo y del tamaño de la externalidad que causa el incremento de los retornos. Notemos que h ahora representa solamente la tasa de crecimiento asociada con el progreso técnico exógeno que, como veremos, no es por mucho tiempo igual al crecimiento del producto por trabajador, si hay retornos crecientes a escala. La tasa de crecimiento steady state podría calcularse ahora como:

$$g = a_1 g + a_2(n + h)$$

que nos dá

$$g = \frac{a_2}{1 - a_1}(n + g)$$

Notemos que, si hay retornos crecientes a escala, la tasa de crecimiento steady steate será más alta que la de un modelo con retornos constantes a escala, con la discrepancia dependiendo de la medida de la externalidad (sin embargo, no será nunca dos veces más grande porque, consecuentemente nosotros asumimos que cada factor está caracterizado todavía por retornos marginales decrecientes, la suma $a_1 + a_2$ será siempre más pequeña que *2*). Notemos que, en ese caso, la tasa de ahorro todavía no tiene efecto sobre la tasa de crecimiento steady state. En esta economía, incluso con la externalidad que resulta en retornos marginales crecientes a escala, la acumulación de capital todavía lleva a retornos marginales decrecientes y por consiguiente no se puede sostener por si misma una tasa de crecimiento permanentemente positiva más que con un incremento en "*n*" o en "*h*".Por consiguiente, todos esos retornos crecientes a escala pueden, dada la existencia de retornos decrecientes a escala para el capital, amplificar el efecto sobre la tasa de crecimiento steady state de los incrementos exógenos en "n" o en "h".

Hay un resultado adicional. Note que si la tasa de crecimiento de la fuerza de trabajo está decreciendo, no lo está haciendo, a la misma tasa de crecimiento de output en la que decrece, sino a la tasa de crecimiento del producto por trabajador (porque el término $a_2 / (1-a_1)$ es mayor que 1).[xi]

La idea de que la tasa de crecimiento del producto por trabajador es una función positiva de la tasa de crecimiento de la dotación de trabajo es claramente implausible (ahora que si esto fuera verdad, nosotros habríamos tenido observaciones donde países que hayan experimentado explosiones demográficas habrían tenido crecimiento persistente más rápidamente que los que no lo hubiesen tenido). Desafortunadamente, para quienes usan la noción neoclásica de *market clearing* en los mercados de factores, ese resultado es inevitable en una economía con retornos crecientes. Consiguientemente, como ha sido notado por Solow (Solow, 1992), esto es totalmente posible al incorporar retornos crecientes a escala en su modelo. El problema, que Solow curiosamente no enfatiza, es que esa incorporación vale para un resultado absolutamente irrealista, que no es deseable.

III.2 Economías de learining (aprendizaje)

Ilustraremos mejor la misma idea y los mismos resultados de otra forma. Ahora, en lugar de hablar sobre una externalidad genérica que producen retornos crecientes a escala, nos referiremos a una externalidad generada por la acumulación de capital a través de economías de aprendizaje ("*learning by doing*" en el sentido de Arrow).

Ese aprendizaje puede ser formalizado de una simple manera haciendo de la eficiencia del trabajo H una función de un *proxy* de previas experiencias de la economía. La

---

[xi] De hecho, nosotros verificamos que la tasa de crecimiento de equilibrio del producto por trabajador es $g-n = ((a_2/(1-a_1))-1)n + (a_2/(1-a_1))h$.

mayoría de los candidatos para representar esa experiencia en el stock de capital acumulado son obvios. Así:

$H = K^x$

donde x mide el efecto del stock de capital (vía aprendizaje) sobre la eficiencia del trabajo.
Si nosotros suponemos a $x<1$ obtendremos retornos marginales decrecientes de aprendizaje.

Si nosotros introducimos esa función aprendizaje en el modelo de crecimiento de Solow, en vez de asumir progreso técnico exógeno tendremos:

$Y = AK^a (LH)^{1-a}$

$Y = AK^a (L(K)^x)^{1-a}$

Queda la siguiente expresión para la tasa de crecimiento de la economía:

$$g = a\frac{s}{v} + (1-a)n + [(1-a)x]\frac{s}{v}$$

donde, si nosotros asumimos que el aprendizaje está caracterizado por retornos decrecientes, la expresión se vuelve menor a uno y por consiguiente la acumulación de capital, incluso teniendo en cuenta la externalidad positiva del aprendizaje, tiene retornos marginales decrecientes.

Por otro lado, la economía, como x>0, necesariamente tiene retornos decrecientes a escala iguales a $a + (1 - a)x + (1 - a)$, ó $1 + (1 - a)x$, que es claramente menor que 2 como en la versión anteriormente presentada.

Por consiguiente, nosotros vemos que el modelo con *learning by doing* es virtualmente idéntico al modelo de retornos crecientes a escala discutido anteriormente (aparte del hecho que nosotros ignoramos aquí los componentes exógenos del progreso técnico, que evidentemente podrían introducirse).

Por del rol jugado por los retornos decrecientes para la acumulación de capital, el stock de capital en ese extremo de la economía crece a una misma tasa que el producto, y en el steady state nosotros tenemos:

$$g = [a + (1-a)x]g + (1-a)n$$

$$g = \frac{(1-a)}{1-[a+(1-a)x]}$$

que, dividiendo por *(1-a)* el numerador y el denominador de los términos que multiplican n:

$$g = \left[\frac{1}{1-x}\right]n\,.$$

Una vez más la presencia del aprendizaje, retarda el decrecimiento de los retornos decrecientes para acumular capital, no los elimina. Por consiguiente, la tasa de crecimiento steady state es todavía independiente de la tasa de ahorro. Es más, nosotros hayamos en esto algo "beneficioso", porque, con retornos decrecientes a escala, una tasa de crecimiento de la fuerza de trabajo más alta conduciría al resultado embarazoso de un aumento en la tasa de crecimiento del producto por trabajador (subsecuentemente $0<x<1$ y por consiguiente $1/(1-x) >1$))[xii].

III.3 Personificación del progreso técnico

Nada nos previene de incorporar en el modelo de Solow la idea de que el progreso técnico que incrementa la eficiencia de los trabajadores, está en buena parte encarnado en nuevas generaciones de máquinas, sin embargo "cae del cielo" de forma incorpórea. Lo que nos lleva al modelo "*vintage*" (modelo de la vendimia), donde los más recientes bienes *capital-vintages* harían a los obreros equipados con ellos más eficientes. No queremos trabajar sobre ese caso aquí para evitar complicaciones matemáticas. Para nuestro propósito alcanza con notar que el efecto del progreso técnico actúa exactamente como una externalidad unida a la acumulación de capital. Eso naturalmente hace al modelo exhibir retornos decrecientes a escala. Por otro lado, esa externalidad, como cualquier otra, puede suponerse, no es suficiente para neutralizar los retornos decrecientes para el capital, tomado por separado; si no, la economía pierde los mecanismos que la hacen siempre tender a una trayectoria de crecimiento steady state.

Pero, si al final los retornos decrecientes para la acumulación de capital no son enteramente neutrales, retornaremos a un modelo que produce exactamente los mismos resultados que el modelo de Solow con retornos decrecientes a escala.

Solamente para ilustrar ese punto, sin tocar a fondo cualquier ecuación extensa, acudiremos a un ejemplo extremo y asumiremos solamente uso de capital circulante, y por consiguiente el entero stock de capital está renovándose en cada periodo. En ese caso, nosotros necesariamente tendríamos que permitir un parámetro tal como el "*x*" anterior que ahora representaría la elasticidad de acumulación con respecto al progreso técnico y sería estrictamente más bajo que uno, asegurando que la economía tendería al típico steady steate de economías con retornos decrecientes. El caso que nosotros estamos tratando, con esos requerimientos, se representaría por ecuaciones similares a aquellas de la sección III.2 y generaría los mismos resultados no deseados. Por supuesto un verdadero modelo *vintage* es más complicado, con capital fijo, solo parte del stock de capital es renovado cada periodo, pero el principio general sería necesariamente el mismo.

[xii] Porque, en ese caso, la tasa de crecimiento del producto por trabajador es [1/(1-x) - 1] n

Para concluir, la discusión en esta sección del paper muestra que, mientras la teoría neoclásica es perfectamente capaz de acomodar externalidades, aprendizaje y personificación del progreso técnico (en tanto que ellos son aumentadores de trabajo), por ningún medio la teoría es capaz de explicar la asociación entre acumulación de capital y crecimiento. Adicionalmente, la introducción de esos elementos entrega el vergonzoso resultado de que un incremento en la tasa de crecimiento de la fuerza de trabajo incrementa la tasa de crecimiento del producto per capita. Así, no solo la acumulación de capital no lleva a un steady state con una alta tasa de crecimiento (exactamente como en el modelo original de Solow), sino que también, acelerando el crecimiento de la fuerza de trabajo automáticamente resuelve el problema del desarrollo económico.

IV. Teoría neoclásica del crecimiento endógeno

IV.1 Retornos marginales de acumulación constantes

La característica llamativa de las teorías neoclásicas de crecimiento endógeno es la no endogeneidad del mismo progreso técnico, porque el progreso técnico es endógeno incluso en los modelos discutidos en la sección III anterior, los cuales están clasificados como variantes de la teoría de crecimiento exógeno. Lo que define a esas teorías como endógenas es que las decisiones de los agentes económicos (o del gobierno) con respecto a la acumulación (ahorro), que en la visión neoclásica reflejan las elecciones de ellos entre consumo presente y futuro (de ambos bienes o factores), afectan directamente la tasa de crecimiento steady state de la economía.

Nosotros sabemos que eso no ocurre en el modelo de Solow debido a los retornos marginales decrecientes del capital. Así, las teorías endógenas de crecimiento son aquellas en que la acumulación está asociada con retornos marginales constantes y no con retornos marginales decrecientes. Subsecuentemente, la fuerza de acumulación a largo plazo (en un sentido amplio) tendrá el efecto permanente de generar una alta tasa de crecimiento steady state. Dentro de las clases de modelos de crecimiento endógeno, los modelos serán individualmente distinguidos y agrupados según el factor que se acumulare, porque postulamos retornos marginales constantes. Para un primer grupo de teorías, el factor involucrado es el capital físico (el llamado modelo AK). Un segundo grupo (referido algunas veces como el modelo tipo Lucas) postula que es la acumulación de conocimientos (en la forma de aprendizaje, capital humano o incluso *number of designs*) la que está caracterizada por retornos marginales constantes. Así, las teorías de crecimiento endógeno son clasificadas en dos grupos: modelos de retornos marginales constantes para capital y modelos de retorno constantes para conocimiento.

IV. Retornos constantes para acumulación de capital

a) Modelo AK sin crecimiento de la fuerza de trabajo

La idea central de este modelo será ilustrada en forma simple usando el modelo *learning by doing* presentado en la sección previa.

En ese modelo, la acumulación de capital llevaba una externalidad, el aprendizaje, que incrementa la eficiencia de los trabajadores. La externalidad estaba mensurada como:

$H = K^x$ donde $x < 1$.

La idea subrayada en el modelo *learning by doing* es que esa externalidad, por acumulación de *making capital* automáticamente generada por el progreso técnico aumentador del trabajo, particularmente compensa la tendencia decreciente del retorno del capital. Eso ocurre porque, cuando contribuyen a aumentar la eficiencia del trabajo, esa externalidad tiene un efecto similar a la situación donde el crecimiento del stock de capital, siempre y automáticamente, incrementa la tasa de crecimiento de la fuerza del trabajo por x por ciento del incremento en el stock de capital. Ahora, en los así llamados modelos AK, nosotros estamos asumiendo que las externalidades compensan completamente esa tendencia (porque, con $x = 1$, el incremento del stock de capital hace aumentar la eficiencia del trabajo por exactamente el mismo monto que es necesario para evitar un cambio en la tasa de *capital-output*). Así nosotros suponemos directamente que $x = 1$ y consecuentemente $H=K$.

Reemplazando esa expresión en la función de producción nosotros tenemos

$Y=AK\ a\ (KL)\ (1-a)$

$Y=AKL\ (1-a)$

Asumiendo, por ahora, que la fuerza de trabajo no crece $(n = 0)$ y consecuentemente el crecimiento del producto es proporcional al capital acumulado, la tasa de crecimiento de la economía sería:

$g = a\ s/v + (1-a)\ s/v$

ó

$g = s/v$

Como la fuerza de trabajo no está creciendo $(n = 0)$ el crecimiento del producto per capita $(g - n)$ es también igual a s/v.

Y como la acumulación de capital no está caracterizada por retornos marginales decrecientes, no hay tendencias exógenas para cambiar la tasa de *capital-output* de la economía, contrariamente a lo que pasa en el modelo de Solow y en sus variantes. Así, si nosotros duplicamos la proporción de la tasa de ahorro la tasa de crecimiento de steady state del capital y del output (en términos absolutos y en términos per capita) se duplicarán permanentemente.

b) *Modelo AK con crecimiento de la fuerza del trabajo*

Desafortunadamente los resultados son drásticamente modificados si la tasa de crecimiento de la fuerza de trabajo es positiva *(n > 0)*. En ese caso la tasa de crecimiento en los modelos anteriores está necesariamente dada por:

$$g = s/v + (1-a)n$$

y la tasa de crecimiento del producto por trabajado por:

$$g - n = s/v + (1-a)\, n - n$$

$$g - n = s/v - a\, n$$

Evidentemente el modelo anterior es incompatible con tasas de crecimiento constantes steady state. Es decir, es claro que si $n > 0$ en cada periodo el producto siempre crece más rápido que el stock de capital. Asimismo, periodo tras periodo, el parámetro *v* (la tasa *capital-output*) irá decreciendo y asimismo la tasa de crecimiento del stock de capital irá creciendo relativamente respecto de los periodos previos. Pero, para esa alta tasa de crecimiento del stock de capital corresponde una aún más alta tasa de crecimiento del producto en los siguientes periodos, y así sucesivamente. Cualquier *n* positiva hará que la tasa de crecimiento correspondiente a una tasa de ahorro "s" dada se acelere continuamente. Lo mismo será cierto para la tasa de crecimiento del producto per capita porque con el parámetro "*v*" decreciendo continuamente a una tasa "*s*" dada esta tasa se crecería sin límites. *Entonces si la fuerza de trabajo está creciendo, en lugar de acumular capital más rápidamente para asir la externalidad, los agentes deben ahorrar muy poco y generar una explosión demográfica, que no necesita ser demasiado grande porque cualquier tasa positiva de crecimiento de la población rápidamente llevará a la economía a una tasa de crecimiento que tienden a infinito.*

El resultado es incluso más implausible que el del modelo *learning by doing* en que, debían aumentar los retornos en la economía, a una tasa de crecimiento constante de la fuerza de trabajo generada por una tasa de crecimiento positiva per capita. La razón que lleva incluso a menos razonables resultados es que el modelo *learning by doing*, mantiene retornos marginales para capital que garantizan que una tasa de crecimiento positiva de población constante no controle la continua aceleración de la tasa de crecimiento, subsecuentemente había una tendencia neutralizante en la forma de un incremento en la tasa *capital output*. Esa tendencia está neutralizada por suponer el modelo AK con $n > 0$ y subsecuentemente la tasa de crecimiento aumenta sin límites[xiii].

c) *Modelo AK con modificador Frankel*

[xiii] Una manera intuitiva de entender qué está ocurriendo es recordar que el modelo AK no es nada más que el modelo de aprendizaje con x igual a 1. en la ecuación que muestra la tasa de crecimiento de ese modelo vemos que si x = 1 el denominador tiende a cero y la tasa de crecimiento g = n/(1-x) tiende a infinito.

Una manera de evitar los resultados anteriores es a través de una diferente especificación de las externalidades que se conocen como el modificador Frankel[xiv].

En ese caso, nosotros introducimos la hipótesis de que la externalidad positiva de la acumulación de capital no es una función del stock absoluto de capital acumulado, pero si del stock de capital acumulado por trabajador.

Así:

$H = (K/L)^x$

Asumiendo adicionalmente que la externalidad es tal que exactamente neutraliza la tendencia de retornos que se elevan decrecientemente del incremento en K/L, nosotros tenemos $x = 1$

Subsecuentemente:

$H = K/L;$

el cual no es otro que el modificador Frankel.

Usando ese modificador y reemplazando esto en la función de producción, nosotros tenemos:

$Y = AK^a [(K/L) L]^{(1-a)}$

$Y = AK$

La ecuación anterior muestra que solamente en ese caso está garantizado que el crecimiento en el producto es, de hecho, proporcional al del stock de capital (que es lo que está implícito en el título modelo AK), cuando n es positiva.

En ese caso, incluso con $n > 0$, la tasa de crecimiento de la economía está dada por:

$g = s/v$

mientras el crecimiento del producto per capita está dado por:

$g - n = s/v - n$

En ese modelo, no hay tendencia endógena, ni de la tasa de cambio *capital-output* ni de la tasa de crecimiento steady state; ambos, en términos absolutos y per capita, son endógenos porque ellos dependen positivamente de la tasa de ahorro.

[xiv] El modelo Frankel fue “redescubierto” por Cesaratto (1995, 1999a y1999b) como el modelo de crecimiento endógeno que muestra más claramente el significado y limitación de ese acercamiento.

Sin embargo, el modelo *ends up* tiene el curioso resultado de que, teniendo en cuenta la externalidad, la contribución del crecimiento de la fuerza de trabajo en el crecimiento del producto resulta ser cero. Eso es porque el total del incremento en el crecimiento del producto debido a la dotación de más trabajadores $n(1-a)$ está compensado por el regreso técnico inducido por la presencia de más trabajadores en relación al stock de capital (el denominador de K/L crece en la misma proporción en que reduce la tasa de crecimiento por $n(1-a)$).

Note como ese resultado implica que el modelo está caracterizado, después de todo, por retornos **constantes** a escala, porque los retornos marginales del capital son iguales a 1; y que el del trabajo es cero (si el trabajo tenía cualquier contribución positiva nosotros tendremos incrementados los retornos constantes a escala, como dijimos en el item "a" anterior, habríase combinado con retornos marginales constantes de capital para entregar una tasa de crecimiento igual a infinito). Lo que el modificador hace es cancelar la contribución del trabajo al producto, subsecuentemente, el crecimiento de la fuerza de trabajo tiene el efecto de disminuir el producto por trabajador proporcionalmente (como vemos claramente en la ecuación representando el crecimiento del producto per capita que es una función negativa de n). Con el modificador el trabajo tiene una gran externalidad negativa que no es fácil de explicar, excepto en los términos de la necesidad técnica para eliminar la contribución del trabajo.

Es importante, a pesar de estos extraños resultados, enfatizar nuevamente, que incluso con el modificador, si x es mayor a 1 por un muy pequeño margen, el modelo tiende a generar tasas explosivas de crecimiento, porque la acumulación de capital por sí misma tiene retornos marginales crecientes.

Por otro lado, si x es menor que 1 incluso por una muy pequeña diferencia (por ej. 0, 99), el modelo se revierte a algo muy cercano al previo modelo *learning by doing* que no genera crecimiento endógeno. De hecho, si mantenemos el modificador, el modelo con $x < 1$ tiende a un estado estacionario porque la contribución de la fuerza de trabajo al crecimiento es cero y el capital tiene retornos marginales decrecientes. Así el modelo AK con modificador solo funciona cuando x es exactamente igual a 1 porque cualquier pequeña desviación lleva a cero o a infinito.

IV. 3 Retornos constantes para el conocimiento

Ahora veremos la segunda familia de modelos de crecimiento endógeno, en que el conocimiento es el factor que está acumulándose bajo retornos marginales constantes[xv], mientras son mantenidas para el capital físico las usuales características de retornos marginales decrecientes(modelos tipo Lucas). Estos modelos son llamados también

---

[xv] La idea de que el "conocimiento" puede ser tratado como un "factor productivo" no es muy fácil de aceptar. Esto requiere para la menor de las posibilidades de definirlo un plausible índice teórico de cantidad de "conocimiento" acumulado, que es **cardinal**. De hecho, "conocimiento" el conocimiento no es algo que pueda sumarse y restarse fácilmente (por su puesto, no parece serlo) no puede hacerse con ningún sentido lógico, como apuntara Stedman (2001), para hablar sobre retornos constantes o no. También, acordamos con Steedman, hasta ahora no hay en la literatura una válida justificación para suponer cardinalidad, que invalide a toda esta familia de modelos.

modelos de dos sectores, porque hay un segundo sector en la economía que produce incrementos en el stock de conocimiento.

a) ***Retornos constantes para el (Knowledge) conocimiento con una fuerza de trabajo constante***

Salimos con el caso en que la fuerza de trabajo no crecía. La función de producción para el sector que produce bienes está dada por:

$$Y = AK^{a} ((1\text{-}z)LH)^{(1\text{-}a)}$$

donde la novedad es solamente el parámetro *(1-z)*, que mide la proporción de la fuerza de trabajo empleada en ese sector que produce bienes. Así, "z" es la proporción de la fuerza de trabajo empleada en el segundo sector que produce conocimiento, que transforma asimismo directamente en crecimiento la eficiencia del trabajo *H.* Ese sector productor de conocimiento usa la función de producción:

$$\ddot{A}H = j\ (z\ L)\ H,$$

que muestra que el producto de ese sector, el nuevo conocimiento (igual al incremento de H), es producido por medio de conocimiento y trabajo (z por ciento de la fuerza de trabajo).

Note que, como *j* está dado, la tecnología que produce conocimiento por medio de conocimiento tiene retornos marginales constantes.

La tasa de crecimiento del conocimiento h está dada por:

$$\ddot{A}H/H = j\ z\ L$$

En ese caso vemos que nosotros estamos tratando con un modelo muy similar al de Solow, con la diferencia que el progreso técnico en lugar de ser exógeno está explicado por la tecnología de producción de conocimiento y la fracción de la fuerza de trabajo empleada en ese sector (*z*).

Tenemos luego, que la tasa de crecimiento de la economía está dada por:

$$g = a\ (s/v) + (1\text{-}a)\ j\ z\ L,$$

donde, debido a los retornos marginales decrecientes para la acumulación de capital físico, *s/v* tiende a *g*, que en el steady state será:

$$g = j\ z\ L$$

estamos, en ambas tasas de crecimiento (*output* y *per capita output*) en el caso en que la fuerza de trabajo no crece.

Note que la ecuación anterior genera crecimiento endógeno al emplear proporcionalmente más gente en el sector productor del conocimiento permite un incremento en la tasa de crecimiento de la economía. Subsecuentemente, aunque en ese modelo de acumulación de capital físico continua estando sujeto a retornos decrecientes, la acumulación de conocimiento tiene retornos marginales constantes y entonces, dada la tecnología que hace posible la producción de conocimiento por conocimiento con retornos constantes, una alta tasa de acumulación de conocimientos llevará a una más alta tasa de crecimiento del producto.

Note que incluso teniendo ese tipo de modelo, muy simple, contrariamente al modelo AK, no puede explicar cualquier relación estilizada entre la proporción de inversión en el ingreso y la tasa de crecimiento del producto (en términos absolutos y porcentuales). Eso es porque las características de los retornos marginales decrecientes para el capital físico están siendo retrasadas. Aquí, la parte de acumulación que no genera retornos marginales decrecientes es la del conocimiento, y la tasa de ahorro relevante es la proporción de la fuerza de trabajo destinada para el sector que produce el incremento en el stock de conocimiento (el ahorro se hace directamente en términos de los factores de trabajo primarios). La pérdida de consumo presente viene del hecho de que menos bienes serán producidos hoy si z decrece.

c) ***Retornos constantes para el conocimiento con un incremento en la fuerza de trabajo***

Suponiendo que la fuerza de trabajo está creciendo $(n>0)$. La tasa de crecimiento de la economía está dada por:

$$g = a\, s/v + (1-a)\,(j\, z\, L + n)$$

Nuevamente, como s/v siempre tiende a g, nosotros podríamos llegar a pensar que tenemos en steady state:

$$g = j\, z\, L + n.$$

Y producto por trabajador:

$$g - n = j\, z\, L$$

Sin embargo, eso evidentemente no ocurre, dado el efecto de la magnitud de la fuerza de trabajo L en las ecuaciones, por las tasas de crecimiento, cualquier n positiva acelerará (absoluta y per capita) la tasa de crecimiento. Eso ocurre porque en cada periodo, por el mismo valor de j y z, nosotros necesariamente tendremos una gran L. El modelo no es capaz de generar una tasa estable de crecimiento porque la tasa de crecimiento de la eficiencia del trabajo es una función de el número absoluto de personas empleadas en el sector productor del conocimiento. Si nosotros acordamos la tasa z como constante del número empleado en ese sector para la fuerza de trabajo, el número absoluto de trabajadores en ese sector se expandirá si la fuerza de trabajo crece y, con esto, la tasa de crecimiento de la economía se extiende sin límite[xvi].

c) *El modificador de Lucas*

Usando la producción de conocimiento tecnológico descripto anteriormente, es posible para el modelo con retornos constantes para el conocimiento (representado por un parámetro *j* dado y constante) generar crecimiento steady state si la fuerza de trabajo crece.

La “solución” para este problema fue obtenida por Lucas a través de el artificio de cambiar la especificación de la tecnología en el sector que produce tecnología, que es transformado en:

$ÄE = j\,z\,E$

donde *E* es definido como unidad de trabajo, sería medida en unidades eficientes, i.e,

$E = L\,H$

Así esa tecnología produce variaciones en la cantidad de trabajo, medida en unidades eficientes. La función no trata solamente con variaciones en *H*, también personifica las variaciones en *L*, consecuentemente las dos maneras para incrementar las unidades de trabajo, mensuradas en unidades eficientes, están incrementando la eficiencia de cada trabajador e incrementando el número de trabajadores.

Rescribiremos la ecuación anterior explicitando ese hecho como:

$Ä(LH) = j\,z\,LH$

Así:

$Ä(LH) / (LH) = j\,z$

Vemos explicitado así que el cambio en el trabajo mensurado en unidades eficientes de trabajo podrá descomponerse en estos dos componentes:

$Ä(LH) / (LH) = n + h$

Que nos permiten luego escribir la tasa de crecimiento de la eficiencia del trabajo explícitamente como:

$n + h = j\,z$

[xvi] El problema con esa clase de modelo neoclásico de crecimiento endógeno, incluyendo Romer (1990), Grossman-Helpman (1989) y Aghion-Howitt (1992), fue originalmente apuntado por uno de nosotros, (Cesaratto, 1995, p25), y por Jones (1995), que dijo aquello del “scale effect” (ver también Michi. 2000). Cesaratto (1995) también mostró ese efecto en el modelo de Phelps (1996) y Shell (1966).

$h = j\ z - n$

La única justificación para la anterior ecuación sería que el incremento en la eficiencia no depende de la acumulación de crecimiento por sí misma, pero sí de la acumulación de crecimiento por trabajador (en una estricta analogía con el modificador Frankel que hizo crecer eficientemente con la cantidad de capital físico por trabajador).

Una vez que nosotros tenemos esos resultados es fácil calcular la tasa de crecimiento de la economía como:

$g = a\ s/v + (1\text{-}a)\ (j\ z - n + n)$

$g = j\ z - n + n$

$g = j\ z$

Mientras la tasa de crecimiento per capita está dada por:

$g - n = j\ z - n$

Vemos que un "modificador", como el de Frankel, introduce la hipótesis de que incrementos en la fuerza de trabajo no hacen incrementar el producto, porque los usuales efectos positivos están totalmente compensados por una externalidad negativa, eso hace a la eficiencia del trabajo caer proporcionalmente.

Al final, los modelos de crecimiento tipo Lucas, así como los modelos AK, tienen problemas cuando *n* es positiva lo cual solo puede resolverse si eliminamos la contribución del trabajo al producto. Aunque la "solución" es muy similar, el problema, en el caso de el modelo de tipo Lucas cuando n es positiva, es muy diferente del problema en el modelo AK. En el caso del modelo con retornos constantes para conocimiento, el problema es que en el sector donde es producido el conocimiento, la tasa de crecimiento del "factor" conocimiento es una función positiva de la medida absoluta de la fuerza de trabajo y tiende a acelerarse sin fin para cualquier *n* positiva.

Curiosamente, en ese tipo de modelo, en el que la fuerza de trabajo que genera una fuerte externalidad positiva, un incremento en el número de personas que trabajan en el sector productor de conocimiento automáticamente incrementan la tasa de crecimiento de la eficiencia del trabajo. Así, un dispositivo como el modificador de Lucas es esencial para generar una externalidad negativa que cancela enteramente esa externalidad positiva.

c) *Modelo tipo Lucas con retornos crecientes a escala*

El modelo con retornos constantes para el conocimiento, en estas versiones (con el "modificador"), tiene también la ventaja de ser compatible con la existencia de retornos crecientes a escala causada por alguna externalidad derivada de la acumulación de capital físico, sin generar los resultados implausibles en la tasa de crecimiento steady state, siendo una función de la tasa de crecimiento de la fuerza de trabajo. Es importante que notemos que esa externalidad no puede ser lo suficientemente fuerte como para cancelar enteramente el decrecimiento de los retornos marginales decrecientes para capital.

Permítamonos suponer, manteniendo la función de producción "*Knowledge*" con el modificador de Lucas, la siguiente función de producción es usada en el sector de los bienes:

$$Y = A\, K^{a}\, (1\text{-}z)\, (L\, H)^{(1\text{-}a)}\, B$$

donde B es un elemento que mide la externalidad derivada de la acumulación de capital, por el efecto *learning by doing.* Nosotros tenemos luego:

$$B = K^{b},$$

donde el parámetro "b" mide la contribución de la externalidad al crecimiento del producto.

La tasa de crecimiento del producto está dada por:

$$g = a\, s/v + (1\text{-}a)\, (j.z\text{-}n + n) + b\, s/v$$

Si $a + b < 1$ nosotros todavía tendemos a pesar en la externalidad retornos marginales decrecientes para el capital físico. Subsecuentemente s/v tenderá a g. Se sigue entonces que:

$$g = \frac{1-a}{1-(a+b)}(jz).$$

Y el producto per capita crece a la tasa:

$$g - n = \frac{1-a}{1-(a+b)}(jz) - n$$

Vemos que la tasa de crecimiento, incluso con retornos decrecientes a escala, no depende en absoluto del crecimiento de la fuerza de trabajo. Por el contrario, la tasa de crecimiento del producto por trabajador dependerá negativamente (y no positivamente) del crecimiento de la fuerza de trabajo. Eso está asegurado únicamente porque el modificador de Lucas, convenientemente, elimina la contribución positiva del trabajo al producto y la existencia del sector que produce conocimiento por medio de conocimiento, con rendimientos marginales constantes, manteniendo la tasa de crecimiento positiva. En ese caso específico (que es cercano al análisis original de Lucas), retornos crecientes a escala solo amplifican la tasa de crecimiento de la economía, que está sostenida por la acumulación de conocimiento.

Finalmente, es importante recordar que incluso con esas extremas y arbitrarias hipótesis sobre el progreso técnico, ninguna de esas versiones de los modelos tipo Lucas explican los hechos estilizados que relaciona la acumulación de capital físico al crecimiento del producto y del producto por trabajador.

V. Tres consideraciones finales

V.I Acumulación de capital en un encuadre clásico

La verdad es que no es fácil explicar los hechos estilizados relacionando la acumulación de capital y crecimiento, en forma coherente, con las premisas de la teorías de distribución neoclásicas. Es fácil ilustrar estos puntos si, en un contexto de un simple esquema analítico como el que nosotros estamos usando en este paper; ahora, abandonaremos la explicación marginalista de la distribución y supondremos que el salario real está dado exógenamente por la economía y fuerzas sociales descriptas por los economistas del *acercamiento residual clásico.*

En ese caso, abandonamos la condición de equilibrio que la demanda de trabajo tiene adaptada a sí misma para una dotación exógena de trabajo y asumimos, como los clásicos (ver Serrano 2001) que bajo el capitalismo el crecimiento de la fuerza de trabajo sigue secularmente el crecimiento de las oportunidades de empleo. Así:

$$n = g - h$$

Donde el cambio técnico ahora es visto como neutral a la Harrod; es decir, éste no cambia significativamente la tasa de *capital-output* actuando solamente sobre el coeficiente de trabajo.

En este esquema, dado el salario real, las firmas cambian a técnicas más provechosas de entre aquellas disponibles determinando la proporción de *capital-output* de la economía. Por otro lado, ese nivel de salario real, juntamente con el nivel de producto por trabajador del cambio de técnica, determinará la tasa de beneficio del sistema, que, dada la proporción de beneficios que es consumida, determinará la tasa de ahorro "*s*". Asumiendo, temporalmente, que la ley de Say es válida, nosotros podremos tomar esto como que la proporción de inversión está determinada directamente por esa proporción de ahorro.

Subsecuentemente no hay escasez de trabajo, produciendo incrementos en la tasa:

$$g = s / v;$$

periodo tras periodo, sin acumulación de capital llevado a cualquier tipo de retorno marginal decreciente.

Subsecuentemente nosotros vemos que reemplazando la explicación neoclásica de la distribución por una clásica, se nos permite, inmediatamente y fácilmente, explicar la relación positiva entre la proporción de inversión y la tasa de crecimiento del producto.

Es más, si nosotros hacemos el supuesto adicional de que el progreso técnico neutral a la Harrod es realmente endógeno, en el sentido que su ritmo depende de la tasa de crecimiento de la economía, fácilmente obtendremos una relación positiva entre el crecimiento del producto por trabajador y la proporción de inversión.

De manera simple, introducimos la función de progreso técnico como:

$$h = h1 + h2\, g,$$

obteniendo:

$$h = h1 + h2\, s/v,$$

y subsecuentemente:

$$g - n = h1 + h2\, s/v$$

Así, los hechos estilizados, que parecían dificultar la explicación con los modelos neoclásicos, son fácilmente explicados en un esquema basado en el *acercamiento clásico*, porque ese esquema está libre de la camisa de fuerza teorética creada por la noción que la fuerza de trabajo es "escasa" bajo el capitalismo. Esa ruta fue tomada por Kurz y Salvadori en varias contribuciones (e.g. 1997a, 1997b).[xvii]

Por supuesto, en la anterior discusión el elemento insatisfactorio era la apelación a la "ley de Say". Sin embargo, el esquema clásico no requiere esa hipótesis. Es perfectamente posible pensar en un sistema clásico en que la tasa de crecimiento de la economía está determinada por la evolución de la demanda efectiva, en particular por la tasa de crecimiento de los componentes autónomos de la demanda final. De allí, a través de un mecanismo acelerador flexible, la proporción de inversión ajusta a la tasa de crecimiento de la demanda. Por otro lado, el efecto multiplicador hace que la proporción de ahorro ajuste a la proporción de inversión. En un esquema de este tipo, conocido como el *supermultiplicador clásico* (que no será tratado aquí, ver Serrano 1996), nosotros podemos distribuir completamente -con la ley de Say y manteniendo la explicación clásica, delimitada anteriormente- la relación positiva entre acumulación de capital y el crecimiento del producto y productividad. Un análisis de la relación entre cambio técnico y la demanda efectiva en el largo plazo, que adopta el acercamiento del multiplicador, está fundada en Cesaratto, Stirati y Serrano (2003).

V.2 La práctica necesita el modificador

[xvii] Note que Kurz & Salvadori (1997a, 1997b) sobreestiman las similitudes entre la teoría neoclásica de crecimiento endógeno y el acercamiento clásico porque ellos no parecen tomar en cuenta, como nosotros dijimos anteriormente, que los modelos neoclásicos de crecimiento endógeno mantienen la condición del pleno empleo de la fuerza de trabajo.

Después de una ola de entusiasmo inicial, de teorías neoclásicas de crecimiento endógeno, debido a su dependencia estricta de exactos y extremos valores de los parámetros, tienen, en general, terreno perdido las variantes del modelo de Solow con externalidades, que supuestamente explican mejor los hechos estilizados del desarrollo económico (ver particularmente Mankiw 1995).

A menudo, los autores que han seguido esta vía no parecen haber tomado suficientemente en cuenta el corolario peculiar que este tipo de modelos tiene, en que la tasa de crecimiento por trabajador es una función positiva de la tasa de crecimiento de la fuerza de trabajo.[xviii]

Nosotros dijimos anteriormente que en los modelos tipo Lucas hay una manera de introducir retornos crecientes a escala a través de externalidades que evitan tales resultados. La introducción de esas externalidades en el modelo de Lucas elimina los efectos no deseados del crecimiento de la fuerza de trabajo, a través del totalmente arbitrario "modificador". Notemos que el arbitrario supuesto de Lucas tiene una significativa consecuencia económica, muestra que los modelos neoclásicos de crecimiento endógeno conducen a considerar el impacto de la estructura de la fuerza de trabajo (o R&D) sobre el cambio tecnológico solamente excluyendo cualquier rol de la escala de la actividad. Pero eso significaría que Luxemburgo podría obtener la misma tasa de progreso tecnológico que los Estados Unidos, tan grande como éste la tiene, la misma proporción de la fuerza de trabajo empleada en R&D (Jones, 1995; Cesaratto, 1999b).

Debemos notar que, contrariamente a lo que los autores neoclásicos dicen, esto está en el modelo de crecimiento de Lucas, con todos estos supuestos arbitrarios, y en el no menos arbitrario modelo de Solow el cual, dicho sea de paso, está siendo usado como base por estudios neoclásicos en la contribución de la acumulación de capital para el crecimiento económico. Asimismo esos estudios presuponen la validez empírica de la curiosa (pero conveniente) especificación del producto tecnológico usada por Lucas, el conocimiento. Es irónico notar que el modelo de Lucas fue introducido originalmente en las serie de lecturas de Marshall., economista neoclásico, en Cambridge, Inglaterra. Una centuria después de Marshall, los economistas neoclásicos no han hecho absolutamente ningún progreso para resolver las dificultades, ellos encaran la reconciliación obviamente importante de la acumulación de capital para el crecimiento y el progreso técnico con las premisas de la teoría de la distribución basada en la idea de un salario real de "pleno empleo".

V.3 Un recordatorio de la capital crítica sraffiana

Debemos mencionar aquí lo que los críticos sraffianos setentas han ido demostrando; entre otras cosas, que no es posible deducir lógicamente el principio de (directa o indirectamente) sustitución entre factores en cualquier modelo neoclásico en que haya bienes de capital heterogéneos (ver Serrano 2001, 2002).

[xviii] Mankiw (1995) no menciona ese "pequeño" problema.

Esa crítica, que nunca fue refutada, implica que es prácticamente imposible extender los resultados de los modelos neoclásicos, tal como en algunas discusiones anteriores, más allá del contexto de una economía que produce un simple bien de capital homogéneo.

Sin embargo, las críticas continúan siendo ignoradas, con el argumento de que modelos agregados o modelos macroeconómicos son siempre menos rigurosos en comparación con modelos de equilibrio general, que son muy útiles y absolutamente necesarios en algunas aplicaciones.

El argumento sobre la utilidad del modelo es correcta pero irrelevante. En realidad, la crítica sraffiana dijo precisamente que la desagregada y supuestamente más rigurosa versión de la teoría neoclásica es exactamente la única que no es capaz de garantizar los resultados que debe; no es capaz de explicar coherentemente la distribución basada en la operación de fuerzas de suministro y demanda.

No es fácil entender por qué la inmensa mayoría de quienes estudian crecimiento económico continúan usando como base para sus modelos una idea (la de que el trabajo es un factor escaso) que simultáneamente: (1) parece privada de contenidos empíricos; (2) crea las dificultades analíticas que nosotros hemos discutido en este paper y (3) no puede estar basada en más complejas y rigurosas versiones de la teoría neoclásica.

References

AGHION, P. HOWITT, P**.** A Model of Growth through Creative Destruction**, Econometrica,** vol.60, 1992, 323-51.

ARROW, K.J. The economic implications of Learning by Doing, **Review of Economic Studies**, vol.29, 1962, 155-73.

CESARATTO, S. 1995, Crescita, progresso tecnico e risparmio nella teoria neoclassica: un'analisi critica, **Dipartimento di Economia pubblica, Working paper** n.7, "La Sapienza", Roma.

CESARATTO, S. 1999a, New and old neoclassical growth theory: a critical assessment, in G.Mongiovi, F.Petri (eds.), **Value, Distribution and Capital: Essays in Honour of Pierangelo Garegnani,** Routledge, 1999.

CESARATTO, S. 1999b, Savings and economic growth in neoclassical theory: A critical survey, **Cambridge Journal of Economics**, vol.23, pp.771-93, 1999.

CESARATTO, S. SERRANO, F. STIRATI, A. Technical Change, Effective Demand and Employment, **Review of Political Economy**, forthcoming in 2003.

FRANKEL, M. The production Function in Allocation and Growth: A Synthesis, **American Economic Review**, vol.52, 1962, 995-1002.

GAREGNANI, P. 1976, On a change in the notion of equilibrium in recent work on value: a comment on Samuelson, in M. Brown , K. Sato and P. Zarembka (eds) **Essays in Modern Capital Theory**, North Holland. 1976.

GAREGNANI, P. 1989, Some notes on capital, expectations and the analysis of changes, in G. Feiwel (ed.) **Joan Robinson and Modern Economic Theory**. Macmillan. 1989.

GROSSMAN, G. HELPMAN, E. **Endogenous Product Cycles**, NBER, WP, n.2913, 1989.

JONES, C.I. R&D-based Models of Economic Growth, **Journal of Political Econom**y, 103, 1995, pp.759-84.

KURZ, H. & SALVADORI, N. 1997a, "Endogenous" growth models and the "classical" tradition, in J. Teixeira (ed.) **International Colloquium Money, Growth and Structural Change: Contemporaneous Analysis**. Universidade de Brasília 1997.

KURZ, H. & SALVADORI, N. 1997b, Theories of "endogenous" growth in historical perspective, in J. Teixeira (ed.) **International Colloquium Money, Growth and Structural Change: Contemporaneous Analysis**. Universidade de Brasília 1997.

LUCAS, R. 1988, On the mechanics of economic development, **Journal of Monetary Economics**, 22, pp. 3-42, 1988.

MANKIW, N. 1995, The growth of nations, **Brookings Papers on Economic Activity**, I, 1995.

MICHL, T.R. Notes on New Endogenous Growth Theory, **Metroeconomica**, 51, 2000, 182-90.

PHELPS, E.S. Models of Technical Progress and the Golden Rule of Research, **Review of Economic Studies**, vol.33, 1966, 133-45.

ROMER, P. Endogenous Technical Change, **Journal of Political Economy**, vol.98, 1990, S71-S102.

SERRANO, F. 1988, "A teoria dos preços de produção e o princípio da demanda efetiva", unpublished Master's Thesis , Instituto de Economia Industrial, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brazil, 1988.

SERRANO, F. 1996, “The Sraffian Supermultiplier”, Unpublished Ph. D. dissertation, Universidade de Cambridge, Inglaterra, 1996.

SERRANO, F. 2002, “Stability in Classical and Neoclassical Theory” , mimeo, IE-UFRJ, 2002.

SERRANO, F. 2001, "Equilíbrio Neoclássico de Mercado de Fatores: um ponto de vista Sraffiano", **Ensaios FEE,** v. 22, n. 1, 2001,

SHELL, K. Towards a Theory of Inventive Activity and Capital Accumulation, **American Economic Review**, May 1966, 62-68.

L'appuntamento del traduttore:

“Traducono lo spirito è tale enorme intenzione e così orribile che bene può essere come inoffensivo; per tradurre la lettera tale precisione stravagante che non c'è rischio che lo provano.”

JLB.